# 1 Lista I - Exercícios

Atenção: Todos os exercícios "normais" devem ser entregues no dia 27 de Abril. Os exercícios teóricos são opcionais.

## 1.1 Exercícios normais

1. Indicar explicitamente os elementos da matriz $A = (a_{ij})_{3\times 3}$ tal que $a_{ij} = i - j$.

2. Construir as seguintes matrizes:

   (a) $A = (a_{ij})_{3\times 3}$ tal que $a_{ij} = 1$ se $i = j$ e $a_{ij} = 0$ se $i \neq j$.

   (b) $B = (b_{ij})_{3\times 3}$ tal que $b_{ij} = 1$ se $i + j = 4$ e $b_{ij} = 0$ se $i + j \neq 4$

3. Determinar $x$ e $y$ de modo que se tenha:

$$\begin{bmatrix} 2x & 3y \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+1 & 2y \\ 3 & y+4 \end{bmatrix}$$

4. Determinar $x$, $y$, $z$ e $t$ de modo que se tenha:

$$\begin{bmatrix} x^2 & 2x & y \\ 4 & 5 & t^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & x & 3 \\ z & 5t & t^2 \end{bmatrix}$$

5. Dadas as matrizes $A, B, C$ abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 3 & 9 & 11 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -5 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

   calcule:

   (a) $A + B + C$ (b) $A - B + C$ (c) $-A + B - C$

6. Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

   Calcule, se possível:

   (a) C + E (b) E + C (c) A + B (d) D - F (e) -3C (f) 2C - 3E (g) 3B + F

### 1.1.1 Exercícios Teóricos

1. Mostre que a soma e a diferença de duas matrizes diagonais são uma matriz diagonal.

2. Mostre que a soma e a diferença de duas matrizes escalares são uma matriz escalar.

3. Uma matriz $A = [a_{ij}]$ é dita **triangular superior** se $a_{ij} = 0$ para $i > j$ e **triangular inferior** se $a_{ij} = 0$ para $i < j$.

   (a) Mostre que a soma e a diferença de duas matrizes triangulares superiores são uma matriz triangular superior.

   (b) Mostre que a soma e a diferença de duas matrizes triangulares inferiores são uma matriz triangular inferior

   (c) Mostre que se uma matriz é, ao mesmo tempo, triangular superior e triangular inferior, ela é uma matriz diagonal.

4. Se $\bar{0}$ é uma matriz $n \times n$ nula, mostre que, se $\lambda$ é um número real e $A$ é uma matriz $n \times n$ tal que $\lambda A = \bar{0}$, então, $k = 0$ ou $A = \bar{0}$.