

1 Lista III - Exercícios

Instruções: Esta lista está bem diversificada entre exercícios trabalhosos e rápidos, por esta razão, sugiro que vocês se reúnam e discutam com seus colegas/amigos sobre os exercícios. Não faça apenas as contas, justifique e explique todos os exercícios.

Data de entrega: **11/05/2019**. Entregar em Papel Sulfito A4 ou almaço, destacar as respostas à caneta. Não há a necessidade de imprimir ou reescrever os exercícios, apenas enumere. No caso das multiplicações matriciais, mostre passo à passo. Façam os exercícios teóricos sem excessão, escreva e discuta sobre.

1. Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

calcule AB e BA . Comente sobre o que aconteceu. Se fosse para dar um nome à matriz B, que nome você daria? Seja criativo!

2. A matriz que gira o plano xy pelo ângulo θ é:

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

- (a) Verifique que $A(\theta_1 + \theta_2) = A(\theta_1)A(\theta_2)$
- (b) Calcule $A(\theta)A(-\theta)$.
- (c) Se $\theta_1 = 0$ e $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$, calcule $A(\theta_1 + \theta_2)$

3. Dadas as seguintes informações abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} 14 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \\ -3 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad c = 1963$$

Calcule:

- (a) $x^T Ax$
- (b) $b^T x$
- (c) $x^T Ax + b^T x + c$
- (d) $((((b+x)^T)^T)^T)^T$
- (e) $b^t Ab$
- (f) $\frac{1}{2} A^T x b^T$

4. Dada a matriz: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$:

- (a) Qual é a soma de todos os elementos de A^{2017} ? Justifique.
- (b) Para A^n onde n é um número natural qualquer, existe uma fórmula para conjecturar a soma de todos os elementos desta matriz? Justifique.

Atenção! Para os exercícios abaixo, utilize a teoria dos resultados obtidos em sala de aula pelos teoremas, definições, propriedades e etc.

5. É verdade que se $AB = 0$ então ou $A = 0$ ou $B = 0$?
6. É verdade que se $AA^T = 0$ então $A = 0$?
7. Mostre que $(A - B)^T = A^T - B^T$
8. Mostre que se A é uma matriz quadrada, então, $A + A^T$ é simétrica e $A - A^T$ é anti-simétrica.