1 Lista 12 - Exercícios

1.1 Exercícios: Potenciação e Radiciação em $\mathbb{C}$

1. Determinar o menor número $n \in \mathbb{N}$ de modo que $(\sqrt{3} + i)^n$ seja:

   (a) Imaginário puro (b) Real e Negativo (c) Real e Positivo

2. Calcular

   (a) $\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

   (b) $(3 - 3i)^{-12}$

   (c) $(-\sqrt{3} - i)^{20}$

   (d) $(-1 + i)^6$

3. Calcular todas as raízes enésimas dos itens abaixo e esboçar no gráfico cartesiano.

   (a) $\sqrt{-7 + 4i}$

   (b) $\sqrt{5 + 12i}$

   (c) $\sqrt[3]{-11 - 2i}$

   (d) $\sqrt{28 - 96i}$

   (e) $\sqrt[4]{16}$

   (f) $\sqrt[3]{16}$

4. Chama-se Equação Binômia, toda equação redutível à forma $ax^n + b = 0$, onde $a, b \in \mathbb{C}$, $a \neq 0$ e $n \in \mathbb{N}$. Para se resolver uma equação binômia deste tipo, basta isolar x^n e aplicar a definição de radiciação em $\mathbb{C}$. Diante disto, encontre todas as raízes da equação binômia $3x^6 + 12 = 0$.

5. Chama-se Equação Trinômia, toda equação redutível à forma $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ onde $a, b, c \in \mathbb{C}$, $a, b \neq 0$ e $n \in \mathbb{N}$. Para resolver uma equação trinômia, basta fazer $x^n = y$, obter as raízes y_1 e y_2 da equação $ay^2 + by + c = 0$ e, finalmente, recair nas equações binômias $x^n = y_1$ e $x^n = y_2$ determinando as $2n$ raízes. Diante disto, resolver $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$.

1.2 Fórmulas

1° Fórmula de Moivre

$$z = \rho\left(\cos(n\theta) + i \cdot \sin(n\theta)\right)$$

2° Fórmula de Moivre

$$z_k = \sqrt[n]{\rho}\left(\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)\right)$$

Observações: Não serão dadas as fórmulas no simulado.