1 Lista de Exercícios - Números Complexos

1. Efetuar as seguintes operações indicadas:

   (a) $(6+7i)(1+i)$
   (b) $(5+4i)(1-i)+(2+i)i$
   (c) $(1+2i)^2-(3+4i)$
   (d) $(3+2i)+(2-5i)$
   (e) $(5-2i)-(2+8i)$
   (f) $(1+i)+(1-i)-2i$
   (g) $(6+7i)-(4+2i)+(1-10i)$
   (h) $(2-3i)(1+5i)$
   (i) $(4-3i)(5-i)(1+i)$
   (j) $(1+2i)(2+i)$
   (k) $(7+2i)(7-2i)$
   (l) $(3+2i)^2$
   (m) $(5-i)^2$
   (n) $(1+i)^3$
   (o) $(5-i)^2$
   (p) $(3+2i)^2$

2. Provar que $(1+i)^2=2i$ e colocar na forma algébrica o número:

$$z=\frac{(1+i)^{80}-(1+i)^{82}}{i^{96}}$$

3. Calcule as seguintes potências de i

   (a) i^{76} (b) i^{110} (c) i^{97} (d) i^{503}

4. Provar que $(1-i)^2=-2i$ e calcular $(1-i)^{96}+(1-i)^{97}$

5. Determinar $x\in R$ e $y\in R$ que satisfaza as seguintes equações:

   (a) $2+3yi=x+9i$
   (b) $(x+yi)(3+4i)=7+26i$
   (c) $(x+yi)^2=4i$
   (d) $3+5ix=y-15i$
   (e) $(x+yi)(2+3i)=1+8i$
   (f) $(3+yi)+(x-2i)=7-5i$
   (g) $(x+yi)^2=2i$
   (h) $(2-x+3y)+2yi=0$
   (i) $(3-i)(x+yi)=20$

6. Qual é a condição para que o produto de dois números complexos $a+bi$ e $c+di$ dê um número real?

7. Encontre a solução geral para a equação $y=ax^2+bx+c$ sabendo que $a,b,c\in R_+^*$ e $b^2>4ac$, ou seja, o discriminante é tal que $\Delta<0$.

8. Determine $z\in C$ tal que $z^3=\bar{z}$

9. Determine $z\in C$ tal que $z^2=i$

10. Determine $z\in C$ tal que $z^3=1+i\sqrt{3}$

11. Sendo $x^2+y^2=1$, prove que $\frac{1+x+iy}{1+x-iy}=x+iy$

12. Prove que

$$\frac{1+\sin(x)+i\ \cos(x)}{1-\sin(x)-i\ \cos(x)} = (\tan(x)+\sec(x))\ i$$

para todo $x \in R$, $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

13. Prove que se a equação $x^2 + (a+bi)x + (c+di) = 0$ em que $a, b, c, d \in R$, admite uma raiz real, então $abd = d^2 + b^2c$.

14. Demonstre que $\bar{z^n} = (\bar{z})^n$ para todo $n \in N$

15. Determine o módulo e o argumento principal, coloque na forma trigonométrica e dê a representação gráfica:

(a) 4 (b) $3i$ (c) -5 (d) $-5-5i$ (e) $1+i\sqrt{3}$ (f) $-\sqrt{2}+i\ \sqrt{2}$ (g) $-2i$ (h) $2-2i$

16. Coloque na forma algébrica os seguintes números:

(a) $3(\cos(pi)+i\ \sin(\pi))$
(b) $4(\cos(\frac{11\pi}{6})+i\ \sin(\frac{11\pi}{6})$
(c) $2(\cos(\frac{\pi}{4}+i\ \sin(\frac{\pi}{4})$
(d) $5(\cos(\frac{3\pi}{2})+i\ \sin(\frac{3\pi}{2})$

17. Calcule o módulo dos números:

(a) $(1-i)(2+2i)$ (b) $(1+\sqrt{3}\ i)^6$ (c) $\frac{3+3i}{1+2i}$