

1 Lista de Exercícios - Polinômios: Pt 1

- Dados os polinômios: $f(x) = 7 - 2x + 4x^2$, $g(x) = 5 + x + x^2 + 5x^3$, $h(x) = 2 - 3x + x^4$. Calcule $(f + g)(x)$, $(g - h)(x)$, $(h - f)(x)$, $(fg)(x)$, $(gh)(x)$, $(hf)(x)$.
- Determine $h(x)$ tal que $h(x) = (x + 1)(x - 2) + (x - 2)(x - 1) + 4(x + 1)$
- Calcule $h(x)$ tal que $h(x) = (x + 2)^2 + (2x - 1)^3$
- Dados os polinômios $f = x$, $g = x + x^3$ e $h = 2x^3 + 5x$, obtenha os números reais a, b tais que $h = af + bg$.
- Dado os polinômios: $f = x^2$, $g = x^2 + x^4$, $h = x^2 + x^4 + x^6$ e $k = 3x^6 - 6x^4 + 2x^2$. Obtenha os números reais a, b, c de modo que se tenha $k = af + bg + ch$
- Sabendo que a, b, c são tais que $x^2 - 2x + 1 = a(x^2 + x + 1) + (bx + c)(x + 2)$ é uma identidade, qual o valor de $a + b + c$?
- Qual o valor de $a - b$ para que o binômio $2x^2 + 17$ seja idêntico à expressão $(x^2 + b)^2 - (x^2 - a^2)(x^2 + a^2)$ com $a > 0$ e $b > 0$.
- Dizemos que os polinômios $p_1(x)$, $p_2(x)$ e p_3 são linearmente independentes (LI) se a relação $a_1p_1(x) + a_2p_2(x) + a_3p_3(x) = 0$ implica que $a_1 = a_2 = a_3 = 0$, em que $a_1, a_2, a_3 \in R$. Caso contrário, são linearmente dependentes (LD). Sendo assim, classifique os polinômios abaixo quanto a sua dependência linear: $p_1(x) = x^2 + 2x + 1$
 $p_2(x) = x^2 + 1$ $p_3(x) = x^2 + 2x + 2$
- Mostre que $f(x) = (x - 1)^2 + (x - 3)^2 - 2(x - 2)^2 - 2$ é o polinômio nulo.
- Se $f = x^2 + px + q$ e $g = (x - p)(x - q)$, determine $p, q \in R$ de modo que $f = g$.
- Determine $a, b, c \in R$ de modo que:
 - $a(x^2 - 1) + bx + c = 0$
 - $a(x^2 + x) + (b + c)x + c = x^2 + 4x + 2$
 - $x^3 - ax(x + 1) + b(x^2 - 1) + cx + 4 = x^3 - 2$
- Determine a condição para que um polinômio quadrático complexo genérico seja um polinômio quadrado perfeito.
- Determine a condição para que o polinômios $f(x) = (ax + b)^2 + (cx + d)^2$, em que $a, b, c, d \in R^*$ seja um quadrado perfeito.
- Calcule o valor de p para que o polinômio

$$4x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 4(p + 1)x + (p + 1)^2$$
 seja o quadrado perfeito de um polinômio racional inteiro em x .
- Os coeficientes A, B, C, D do polinômio $P(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ devem satisfazer certas relações para que $P(x)$ seja um cubo perfeito. Quais são essas condições?

16. Obtenha $\alpha \in R$ de modo que $f(x) = x^4 + 2\alpha x^3 + 4\alpha x + 4$ e $g(x) = x^2 + 2x + 2$ verifiquem a condição $f(x) = g^2(x)$
17. Seja $P(x)$ um polinômio do 2 grau que satisfaz as seguintes condições:
- (a) $P(0) = -20$
 - (b) $P(1) + P(2) = -18$
 - (c) $P(1) - 3P(2) = 6$

Resolva a inequação $P(x) < 0$

18. Determine uma função polinomial $f(x)$ de 2 grau tal que $f(x) = f(-x)$ para todo $x \in C$.
19. Determine os Polinômios $P(x)$ do terceiro grau tais que, para todo $x \in R$ se tenha $P(x) - P(x - 1) = x^2$
20. Utilizando o resultado do exercício anterior, calcule em função de n :

$$S = \sum_{i=1}^n i^2$$

21. Aplicando o método da chave, determine o quociente e resto da divisão de $f(x)$ por $g(x)$:

(a) $f(x) = x^2 + 5x + 1$	$g(x) = 2x^2 + 4x - 3$
(b) $f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 4x - 2$	$g(x) = x^2 + 2$
(c) $f(x) = 5x + 1$	$g(x) = x^2 + 5$

22. Efetue a divisão de $f(x) = x^3 + \alpha x + b$ por $g(x) = 2x^2 + 2x - 6$. Qual a condição para que a divisão seja exata?
23. Determine os valores de $a, b \in R$ de modo que $f(x) = x^4 - 3ax^3 + (2a - b)x^2 + 2bx + (a + 3b)$ seja divisível por $g(x) = x^2 - 3x + 4$.
24. Defina grau de um polinômio
25. Determine $p, q \in R$ de modo que $x^4 + 1$ seja divisível por $x^2 + px + q$.
26. Se a divisão de $P_1(x) = x^3 + px^2 - qx$ por $P_2(x) = x^2 - x + 1$ for exata, quais os valores de p e de q ?
27. Dividindo $(x^3 + 4x^2 + 7x - 3)$ por um certo polinômio $p(x)$, obtemos o quociente $(x - 1)$ e o resto $(2x - 1)$. Determine $p(x)$.
28. Demonstre que, se f e g são polinômios divisíveis por h , então o resto da divisão de f por g também é divisível por h .